

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

NATHALIA ALTHEMAN LOUREIRO

**Modelo de Volatilidade para Opções Ilíquidas da
B3**

São Paulo

2018

NATHALIA ALTHEMAN LOUREIRO

Modelo de Volatilidade para Opções Ilíquidas da B3

Monografia apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para a obtenção do
certificado de conclusão do curso MBA em Enge-
nharia Financeira.

Professor orientador: Bruno Augusto Angélico

São Paulo

2018

RESUMO

Este trabalho é um estudo de caso do modelo de volatilidade para opções ilíquidas da B3, simulando os resultados do modelo para as opções com maior volume financeiro em novembro de 2017 por ativo objeto, são eles: Petróleo Brasileiro S.A. (PETR), Vale do Rio Doce (VALE), Ambev (ABEV) e Banco do Brasil S.A (BBAS).

As volatilidades obtidas pela simulação foram utilizadas como inputs para o cálculo do prêmio das opções e, por sua vez, os prêmios foram comparados com os preços médios negociados como forma de validação do modelo.

Palavras-Chave: Volatilidade, Opções, GARCH (1,1).

ABSTRACT

This work is a case study of the B3 volatility model for illiquid options, simulating the results of the model for the options with higher financial volume in November 2017 by underlying asset, they are: Petróleo Brasileiro S.A. (PETR), Vale do Rio Doce (VALE), Ambev (ABEV) e Banco do Brasil S.A (BBAS).

The volatilities from the simulating were used as inputs in the options pricing, and, these prices were compared with the average price negotiated as a form of validation of the model.

Keywords: Volatility, Options, GARCH (1,1).

SUMÁRIO

RESUMO	2
ABSTRACT	3
SUMÁRIO	4
1 INTRODUÇÃO	6
2 MOTIVAÇÃO	8
2.1 <i>Definição e Estatísticas</i>	8
2.2 <i>Túneis de Negociação</i>	9
3 PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES	12
3.1 <i>Modelo Black-Scholes</i>	12
3.2 <i>Modelo Corrado-Su</i>	14
4 CÁLCULO DE VOLATILIDADE	16
4.1 <i>Volatilidade Histórica</i>	16
4.2 <i>Volatilidade por Ewma</i>	17
4.3 <i>Volatilidade Implícita</i>	17
4.4 <i>Modelo GARCH</i>	19
5 O MODELO DE VOLATILIDADES	21
5.1 <i>Retornos, Assimetria e Curtose</i>	22
5.2 <i>Parâmetros e Volatilidade do GARCH(1,1)</i>	22
5.3 <i>Estrutura de Volatilidade a Termo</i>	23
5.4 <i>Cálculo do Prêmio de da Volatilidade Implícita</i>	24
6 RESULTADOS	25
6.1 <i>Características da Opção de PETRBRAS</i>	25
6.1.1 <i>Retornos Logarítmicos de PETR4</i>	26
6.1.2 <i>Assimetria de Curtose</i>	26
6.1.3 <i>Parâmetros GARCH(1,1)</i>	27
6.1.4 <i>Estrutura a Termo de Volatilidade</i>	28

6.1.5 Prêmio da Opção Por Corrado-Su	29
6.1.6 Volatilidade Implícita Black-Scholes	30
6.1.7 Comparação do Resultado Obtido	30
6.2 Simulação do Modelo	31
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	37
8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	38
APÊNDICE A	39

1 INTRODUÇÃO

Opções são instrumentos derivativos de ações que possuem grande importância no mercado financeiro. Estes contratos dão direito ao titular de comprar ou vender ações por um preço combinado no futuro, e o lançador do contrato deve cumprir com esta obrigação caso o comprador queira exercer o seu direito. Assim, as opções dão a possibilidade tanto de se proteger contra subidas e quedas do preço de ações como de especular, ou seja, apostar na subida ou caída do mercado.

Existem vários modelos de precificação de opções, sendo o mais comum o Modelo de Black-Scholes. Neste modelo, para a obtenção do prêmio (preço) da opção são utilizadas cinco variáveis: preço do ativo objeto (preço da ação), exercício da opção (preço que o titular poderá comprar ou vender a ação no futuro), tipo da opção (se a opção é do tipo *call*, o titular possui o direito de comprar a ação, já se a opção for do tipo *put*, o titular terá o direito de vender a ação), taxa de juros e volatilidade. A volatilidade pode ser definida como uma medida de variação dos preços dos instrumentos no mercado financeiro, e possui inúmeros modelos para sua precificação. É uma variável importante na fórmula de precificação de opções, pois, é a única variável na equação de Black-Scholes que pode possuir diferentes valores no mercado, enquanto que as outras variáveis são fixas.

A precificação de opções determina os Túneis de Negociação na B3 (Bolsa de Valores de São Paulo), que são o mecanismo de negociação de opções no mercado organizado brasileiro. Também podem ser definidos como limites onde as opções são negociadas com leilão (se os preços ultrapassarem o túnel de leilão) e sem leilão (se os preços estiverem dentro do túnel de leilão). Também há limites onde as ofertas de compra e venda são rejeitadas (se o preço ultrapassar o limite de rejeição). Como os túneis de negociação são calculados pela precificação de opções, e o que difere na precificação do prêmio das opções é o valor da volatilidade, é de extrema importância que a volatilidade seja calculada conforme os preços justos do mercado.

Para as opções consideradas líquidas, ou seja, existem ofertas de compra e venda no livro de ofertas e negócios realizados, são considerados como preços justos destas opções os preços que o mercado está definindo, e assim pode ser utilizado o método de retirar a volatilidade implícita destes preços, obtendo as volatilidades desejadas.

Já para as opções ilíquidas, que são a maioria das opções, não há a presença do mercado realizando negócios e inserindo ofertas de compra e venda no livro de ofertas, então não há preço justo definido e é necessário utilizar o modelo em estudo neste trabalho para a obtenção das volatilidades destas opções.

Neste trabalho, no capítulo 2 é discutido mais sobre a definição e importância das opções e dos túneis de negociação. No Capítulo 3 há os modelos de precificação de opções que são utilizados no modelo de volatilidades em estudo: Black-Scholes e Corrado-Su. No Capítulo 4 há quatro modelos de cálculo de volatilidade, dois deles são utilizados no modelo de volatilidade: volatilidade implícita e GARCH. No capítulo 5 é apresentado a descrição do modelo de volatilidades e no capítulo 6 os resultados da implementação do modelo para as opções com maior volume financeiro por ativo objeto em novembro: Petróleo Brasileiro S.A. (PETR), Vale do Rio Doce (VALE), Ambev (ABEV) e Banco do Brasil S.A (BBAS).

2 MOTIVAÇÃO

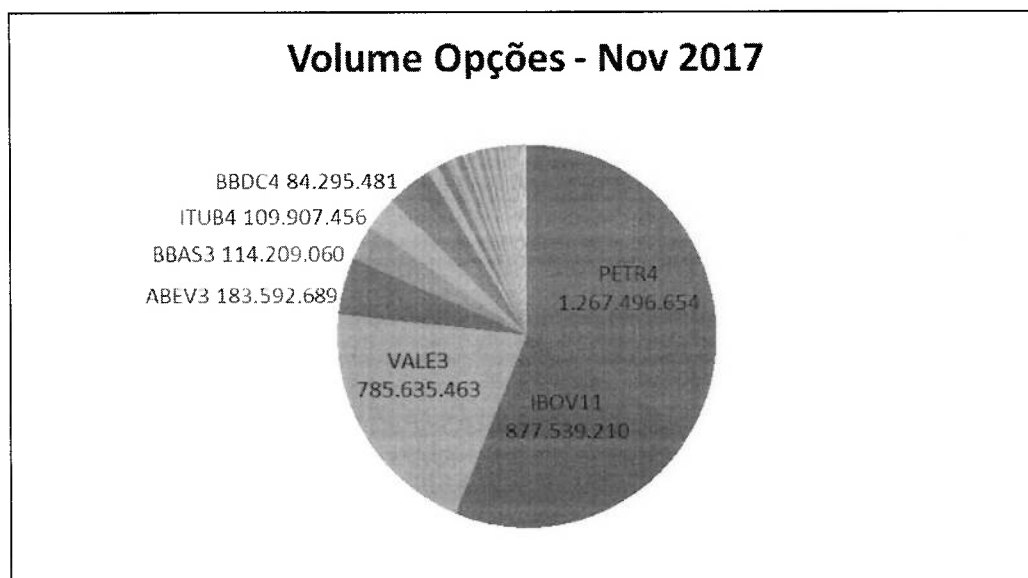
Neste capítulo será definido o conceito de opção e suas variáveis, será apresentado o volume negociado em opções no mês de novembro no mercado organizado da B3 e como são calculados os túneis de negociação de leilão e rejeição na B3 que definem a negociação desse produto no mercado brasileiro.

2.1 Definição e Estatísticas

Opções são produtos de derivativos negociados na B3 (Bolsa de Valores) no mercado organizado, que dão o direito ao titular de comprar (opção do tipo *call*) ou vender (opção do tipo *put*) uma ação (ativo objeto) por um preço (preço de exercício) até a data de vencimento do contrato (opção americana) ou na data de vencimento do contrato (opção europeia). Esse produto tem grande importância no mercado, pois pode ser utilizado tanto como proteção contra a queda ou subida de preço das ações como para especular, ou seja, apostar nas expectativas do mercado.

A negociação de opções é responsável por um grande volume financeiro gerado no mercado brasileiro. Segue abaixo a Figura 1 com o volume financeiro negociado em opções (por ativo objeto) no período de novembro de 2017.

Figura 1 – Volume negociado em opções em novembro de 2017



Fonte: Autor. Adaptado de [http://www.bmfbovespa.com.br].

Podemos observar na Figura 1 que, os sete maiores volumes financeiros negociados foram em opções dos ativos objetos: PETR4 (R\$ 1.267.462.654,00), seguido de IBOV11 (R\$ 877.539.210,00), VALE3 (R\$ 785.635.463,00), ABEV3 (R\$ 183.592.688,00), BBAS3 (R\$ 114.209.060,00), ITUB4 (R\$ 109.907.456,00) e BBDC4 (R\$ 84.295.481,00). Foram negociadas opções de um total de 123 ações (ativos objetos), com um volume financeiro total de R\$ 3.817.066.046,25 em novembro de 2017.

2.2 Túneis de negociação

A negociação de opções sobre ações, ETF, índices e derivativos é realizada por meio de túneis no mercado organizado da B3. Existem túneis de leilão e rejeição, isto é, o negócio da opção é levado a leilão caso o seu preço esteja entre o túnel de leilão e o de rejeição e é rejeitado caso o seu preço ultrapasse o túnel de rejeição. Esses túneis protegem o investidor contra erros operacionais e fazem com que o preço da opção negociada seja o mais justo possível, evitando infrações e lavagens de dinheiro no mercado.

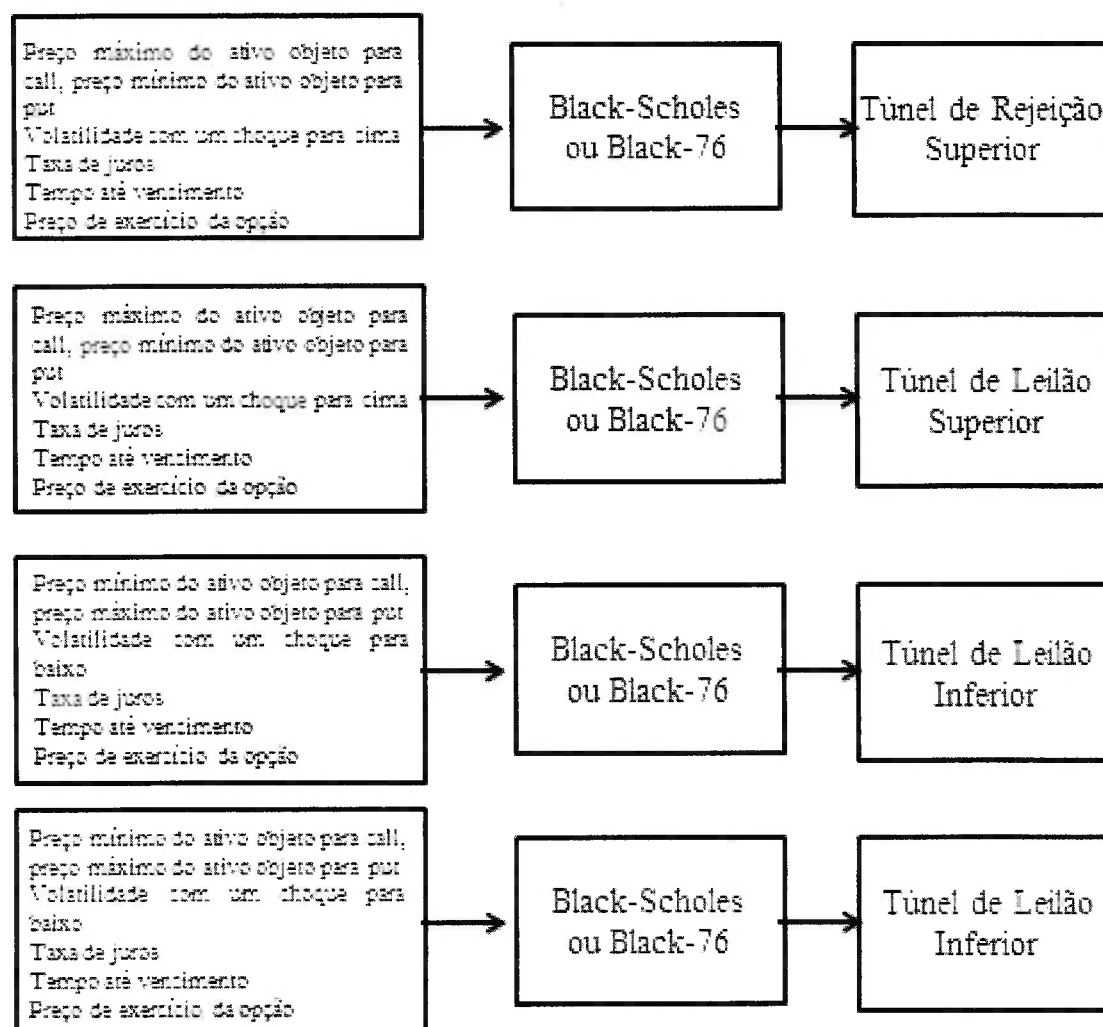
Os túneis superiores e inferiores de leilão e rejeição são calculados por meio da fórmula Black-Scholes ou Black-76 (Black-Scholes para opções sobre ações e ETF e Black-76 para opções sobre índices e derivativos), onde, para o túnel de leilão e rejeição superior de uma

opção do tipo call são utilizados como inputs o preço máximo do ativo objeto observado em uma janela de tempo e a volatilidade com um choque para cima (adição de um percentual aplicado a volatilidade), e para opções do tipo put é utilizado o preço mínimo do ativo objeto observado em uma janela de tempo e a volatilidade com um choque para cima.

Para os túneis de leilão e rejeição inferiores de opções do tipo call são utilizados como inputs o preço mínimo do ativo objeto observado em uma janela de tempo e a volatilidade com um choque para baixo (subtração de um percentual aplicado a volatilidade), e para opções do tipo put são utilizados o máximo do ativo objeto observado em uma janela de tempo e a volatilidade com um choque para baixo.

Na Figura 2 tem-se a representação dos inputs e fórmulas do cálculo dos túneis de leilão e rejeição.

Figura 2 – Representação dos inputs e fórmulas para calcularmos os túneis de leilão e rejeição



Fonte: Autor

Observa-se na Figura 2 que, a volatilidade é determinante na obtenção dos túneis, pois, é a único input variável (todos os outros inputs são iguais para todo o mercado), e se não estiver de acordo com a volatilidade praticada no mercado, os túneis ficam deslocados e isto ocasiona muitos leilões e rejeições de negócios e ofertas que estão no preço justo da opção e aceitação de negócios que estão com um preço injusto. Assim, este trabalho tem como objetivo o estudo do modelo de precificação dessa volatilidade para opções ilíquidas.

3 PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES

Neste capítulo, são apresentados dois modelos de precificação de opções que são utilizados no Modelo de Volatilidade em estudo neste trabalho: Black-Scholes e Corrado-Su.

3.1 Modelo Black-Scholes

O Black-Scholes é um modelo de precificação do prêmio de opções proposto por Fisher Black e Miron Scholes em 1973. Como Silva (2008) explica, o Modelo de Black-Scholes é definido como uma equação diferencial parcial da seguinte forma:

$$\frac{\delta V}{\delta t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\delta^2 V}{\delta S^2} + rS \frac{\delta V}{\delta S} - rV = 0, \quad (1)$$

onde:

- S representa o preço do ativo objeto da opção;
- V representa o preço da opção;
- t representa o tempo até o vencimento;
- σ representa a volatilidade da opção;
- r representa a taxa de juros livre de risco.

A equação (1) supõe que o preço da opção V é uma função que depende do preço do ativo objeto e do tempo até o vencimento $V(S, t)$, os preços do ativo objeto seguem uma distribuição log-normal, que uma carteira com opção e com o ativo objeto é livre de risco e que o ativo objeto S segue um Movimento Geométrico Browniano, isto é, S segue a soma de um movimento determinístico com crescimento exponencial e de um movimento estocástico com crescimento exponencial.

A Equação (2) representa a fórmula em que o ativo objeto S segue um Movimento Geométrico Browniano, onde W_t representa as incertezas que o preço do ativo objeto pode sofrer:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t. \quad (2)$$

A solução da Equação (1) é a fórmula utilizada para precificar as opções. Assim, o preço das opções do tipo call é dado por:

$$C = SN(d_1) - e^{-rT} XN(d_2). \quad (3)$$

Em palavras, a Equação (3) significa que o prêmio de uma opção do tipo call é o valor a receber pela aquisição do ativo objeto (representado por $SN(d_1)$), subtraído do pagamento do valor presente do preço de exercício da opção na data de vencimento (representado por $e^{-rT} XN(d_2)$).

Já o preço das opções do tipo *put* é dado por:

$$P = -SN(d_1) + e^{-rT} XN(d_2). \quad (4)$$

Isso significa que o prêmio de uma opção do tipo *put* é o valor que se perde pela venda do ativo objeto (representado por $SN(d_1)$), somado ao recebimento do valor presente do preço de exercício da opção na data de vencimento (representado por $e^{-rT} XN(d_2)$).

Tanto para *calls* quanto para *puts* segue que:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad (5)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}. \quad (6)$$

onde:

X = Preço de exercício da opção

$N(d_1)$ = Distribuição normal de d_1

$N(d_2)$ = Distribuição normal de d_2

3.2 Modelo Corrado-Su

O modelo Corrado-Su é uma adaptação do Modelo Black-Scholes, pois, o modelo Black-Scholes assume que os preços do ativo objeto da opção seguem uma distribuição log-normal enquanto que o modelo Corrado-Su tenta captar a discrepância que existe nesta premissa utilizando os momentos estatísticos de assimetria e curtose. Conforme Natenberg (1994, p. 402, tradução nossa) “A assimetria de uma distribuição pode ser pensada como a desproporção da distribuição, ou a extensão na qual uma cauda é mais longa do que a outra cauda”. Ainda conforme Natenberg (1994, p. 404, tradução nossa) “Curtose de uma distribuição é a extensão na qual o pico da distribuição é extraordinariamente alto e pontudo ou baixo e plano”.

De acordo com Corrado, Su (1997, p.2), a fórmula de precificação consiste na equação de Black-Scholes adicionando os termos de ajustes de assimetria e curtose não normais, e essa fórmula é obtida da expansão da série de Gram-Charlie de uma função de densidade de probabilidade normal.

Para precificar opções do tipo call e put com o modelo Corrado-Su temos as seguintes fórmulas (vale observar que foi omitida a variável q que representa os dividendos, pois, as opções são protegidas na B3 e portando q é nulo):

$$C_{CS} = Premio_{BS} + K_3 Q_3 + (K_4 - 3)Q_4, \quad (7)$$

$$P_{CS} = C_{CS} - S e^{-qt} + K e^{-rT}, \quad (8)$$

onde:

Premio_{BS} = prêmio da opção obtido pelo modelo Black-Scholes,

$$Q_3 = \frac{1}{6(1+w)} S \sigma \sqrt{T} (2\sigma \sqrt{T} - d) n(d),$$

$$Q_4 = \frac{1}{24(1+w)} S \sigma \sqrt{T} (d^2 - 3d\sigma \sqrt{T} + 3\sigma^2 T - 1) n(d),$$

$$d = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right)T - \ln(1+w)}{\sigma \sqrt{T}},$$

$$w = \frac{K_3}{6} \sigma^3 T^{3/2} + \frac{K_4}{24} \sigma^4 T^2,$$

$$n(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-d^2}{2}}.$$

Os momentos amostrais de ordem superior representados por K_3 e K_4 na Equação (7) são calculados conforme as Equações (9) e (10) abaixo:

$$K_3 = \sum_{j=t}^{t-N} \frac{1}{N} \frac{(r(j)-m)^3}{s^3}, \quad (9)$$

$$K_4 = \sum_{j=t}^{t-N} \frac{1}{N} \frac{(r(j)-m)^4}{s^4}, \quad (10)$$

onde:

$r(j)$ = retornos logarítmicos dos preços do ativo objeto,

m e s = média e desvio padrão dos retornos,

N = tamanho do histórico de preços do ativo objeto utilizado.

4 CÁLCULO DE VOLATILIDADE

Como mencionado na introdução deste trabalho, a volatilidade pode ser definida como uma medida de variação de preços dos instrumentos no mercado financeiro. Existem diversas formas de se calcular a volatilidade e a cada dia se tem mais alternativas de métodos. Serão apresentadas abaixo as quatro formas mais comuns que são utilizadas pelo mercado financeiro.

4.1 Volatilidade Histórica

Para a obtenção da volatilidade de opções pela volatilidade histórica, como o próprio nome sugere, é utilizado o histórico de preços de último negócio (mais usualmente chamados de preços de fechamento) do respectivo ativo objeto da opção.

Como Silva (2008) explica, a primeira parte deste método é a escolha do período de histórico que se deseja estudar, e esses períodos variam, sendo mais usualmente utilizados períodos mensais e trimestrais. Com o histórico de preços de fechamento do ativo objeto coletados, é realizado o cálculo dos retornos logarítmicos destes preços, que é definido por:

$$r_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right), \quad (11)$$

onde P_t é o preço de fechamento da data t e P_{t-1} é o preço de fechamento da data $t-1$.

A seguir, é calculado o desvio padrão destes retornos, que é dado por:

$$\sigma_t^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_t - x')^2}{(N-1)}}, \quad (12)$$

onde:

$$x_t = r_t$$

N = Número de observações dos preços do ativo objeto

$\bar{x}$ = média aritmética de x_t

Por fim, é multiplicado o desvio padrão obtido na Equação (12) pela raiz quadrada do período de histórico de preços escolhido. Vale observar que, pode haver muitas opções de um mesmo ativo objeto com diferentes preços de exercício e datas de vencimento, e quando é calculada a volatilidade histórica, como o cálculo é por ativo objeto, é obtida a mesma volatilidade para todas as opções de um mesmo ativo objeto.

4.2 Volatilidade por EWMA

O Modelo de Média Móvel com Decaimento Exponencial (Exponentially Weighted Moving Average – EWMA), como Hull (2006) explica, calcula a volatilidade do dia t a partir do retorno do preço do ativo objeto do dia $t-1$ e da volatilidade calculada pelo método em questão também no dia anterior $t-1$. A volatilidade é multiplicada por uma constante λ e o retorno é multiplicado por $(1 - \lambda)$. Este modelo foi desenvolvido pelo banco J.P Morgan em 1994, e é dado por:

$$\sigma_n^2 = \lambda \sigma_{n-1}^2 + (1 - \lambda) r_{n-1}^2, \quad (13)$$

onde:

σ_{n-1}^2 = volatilidade da opção referente ao dia $n-1$,

r_{n-1} = retorno do ativo objeto referente ao dia $n-1$,

λ = constante entre zero e um. O RiskMetric, metodologia de mensuração de risco criado pela J.P, utiliza $\lambda = 0,94$.

A mesma observação realizada para a volatilidade histórica é realizada para o EWMA também: é obtida a mesma volatilidade para todas as opções de um mesmo ativo objeto com diferentes preços de exercício e vencimentos.

4.3 Volatilidade Implícita

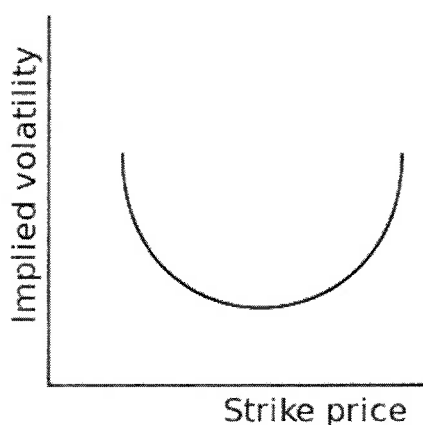
Conforme Silva (2008, p.104) “Volatilidade implícita é o desvio padrão que torna o preço justo da opção, calculado pelo modelo Black-Scholes, igual ao prêmio da opção negociado pelo mercado”. Ou seja, há todos os inputs para a precificação da opção pelo modelo

Black-Scholes: preço do ativo objeto, vencimento, exercício, tipo da opção (*call* ou *put*) e taxa de juros, porém, já existe o preço justo da opção definido pelo mercado, seja ele o preço da oferta de compra, da oferta de venda ou de último negócio, e se deseja encontrar a volatilidade que quando colocada na fórmula de Black-Scholes será igual ao preço justo da opção.

Como Natenberg (1994) explica, o gráfico da volatilidade implícita tem uma forma bem definida. Conforme o preço do ativo objeto está mais próximo do preço de exercício da opção a volatilidade implícita é menor, e a medida que o preço de exercício fica mais distante do preço do ativo objeto da opção, a volatilidade implícita é maior.

Em outras palavras, quando a opção está *at the money*, ou seja, o preço do ativo objeto está igual ao preço de exercício da opção, a volatilidade implícita é menor. Porém, quando a opção está *in the money* (para as opções do tipo *call* o preço de exercício é menor do que o preço do ativo objeto e para as opções do tipo *put* o preço de exercício é maior do que o preço do ativo objeto) ou quando a opção está *out of the money* (para as opções do tipo *call* o preço de exercício é maior do que o preço do ativo objeto e para as opções do tipo *put* o preço de exercício é menor do que o preço do ativo objeto) a volatilidade implícita é maior. A Figura 3 representa esta forma, mais usualmente chamada de o sorriso da volatilidade.

Figura 3 – O Sorriso da Volatilidade



Fonte: Wikipédia: a enciclopédia livre. Disponível em:
[https://en.wikipedia.org/wiki/Volatility_smile]

4.4 Modelo GARCH

O último modelo para cálculo e previsão de volatilidade apresentado neste trabalho é o GARCH. Como Gujarati (2011) relata, as series temporais financeiras apresentam aglomerados de volatilidade, isto é, existem momentos em que a série apresenta maiores oscilações de preço e, portanto, uma volatilidade mais alta, e existem momentos que a série apresenta menores oscilações e, portanto, uma volatilidade mais baixa, e os modelos ARCH e GARCH, sendo o GARCH uma generalização do modelo ARCH, conseguem capturar esses aglomerados.

O modelo ARCH (Autoregressive Conditional Heterocedasticity) foi proposto por Engle em 1982, e segundo Tsay (2002), a principal ideia do modelo é que os retornos da ação são não correlacionados, mas dependentes, e que a dependência dos retornos pode ser escrita como uma função quadrática das observações passadas. Ainda segundo Tsay (2002), o modelo ARCH pode ser definido como:

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m a_{t-m}^2, \quad (14)$$

onde ϵ_t são os termos de erro, variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuída com média zero e variância 1 (usualmente considerados com a distribuição normal padronizada ou t-student), $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_i \geq 0$ para $i > 0$.

Como Tsay (2002) explica, grandes valores ao quadrado de choques, ou seja, a_{t-i}^2 , levam a grandes valores para σ_t^2 (variância condicional) de a_t . Ou seja. O modelo consegue capturar os aglomerados de volatilidades conforme Gujarati (2011) relata.

O modelo GARCH, proposto por Bollerslev (1986), como dito anteriormente, é uma generalização do modelo ARCH utilizando menos parâmetros.

Segundo Tsay (2002), o resíduo do retorno logarítmico da ação é definido por:

$$a_t = r_t - \mu = \sigma_t \epsilon_t,$$

onde ϵ_t é uma v.a.i.i.d (variável aleatória independente identicamente distribuída) com média nula e variância unitária, usualmente considerada com distribuição normal ou distribuição t-student.

Assim, a volatilidade pelo modelo GARCH é obtida a partir da fórmula:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad (15)$$

onde α_0, α_i e β_j são constantes tais que:

$$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0,$$

$$\sum_{i=1}^{max(m,s)} (\alpha_i + \beta_j) < 1,$$

Por definição, temos também que:

$$\alpha_0 = \gamma V_l,$$

ou seja, α_0 é igual a uma constante γ multiplicado por V_l que representa uma taxa de variância de longo prazo, onde:

$$\sum_{i=1}^{max(m,s)} (\alpha_i + \beta_j) + \gamma = 1. \quad (16)$$

No modelo apresentado neste trabalho, é utilizado GARCH (1,1) para encontrar a volatilidade a termo. Para o modelo GARCH (1,1) segue a fórmula:

$$\sigma_1^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \quad (17)$$

onde:

$$\sigma_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0, (\alpha_1 + \beta_1) < 1, (\alpha_1 + \beta_1 + \gamma) = 1.$$

E para prever a volatilidade um período a frente utilizado o GARCH (1,1), temos:

$$\sigma_{t+1}^2 = \sigma_0 + \alpha_1 a_t^2 + \beta_1 \sigma_t^2. \quad (18)$$

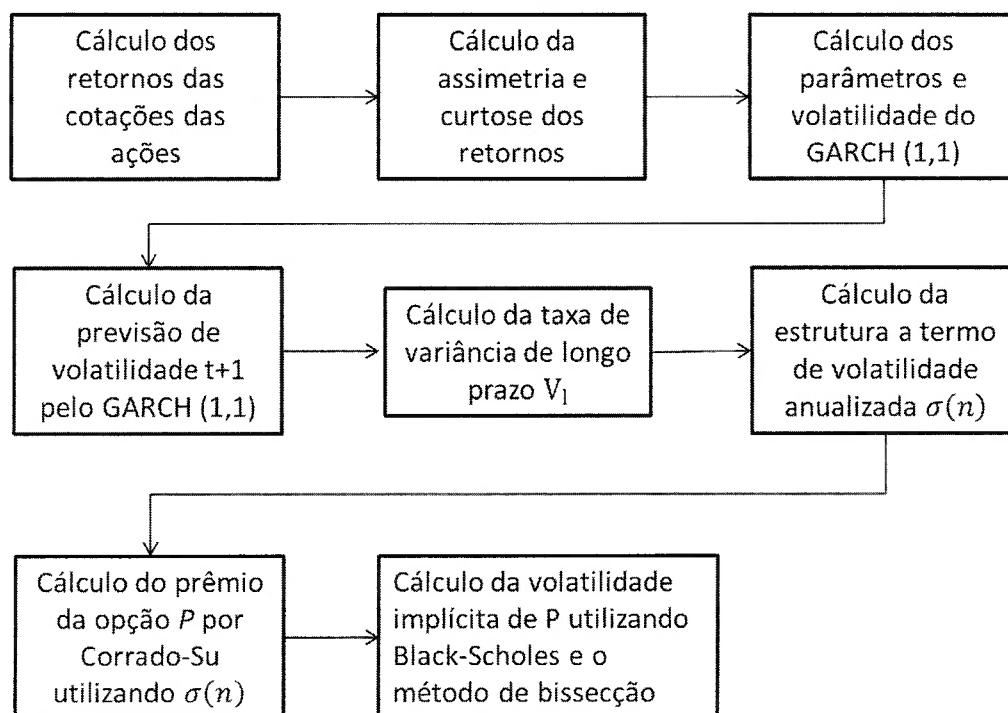
Assim como no modelo ARCH, grandes choques passados a_{t-i}^2 ou variância condicional passada σ_{t-j}^2 resulta em uma grande variância condicional σ_t^2 , mostrando que o modelo pode ser utilizado nos casos de aglomerados de volatilidade em series financeiras.

5 O MODELO DE VOLATILIDADES

O modelo de apuração de volatilidades em estudo é utilizado para as opções classificadas como ilíquidas, ou seja, não há muitas informações de ofertas e negócios, e, portanto, não é possível capturar a volatilidade implícita dos prêmios considerados justos das opções.

Na Figura 4 é apresentado um esquema do passo a passo do Modelo de Volatilidades, com os cálculos realizados e variáveis utilizadas. É possível observar na figura que é realizada uma metodologia para obter o preço justo da opção (já que esta é ilíquida e, portanto, não é precificada pelo mercado), para então retirar a volatilidade implícita deste preço.

Figura 4 – Representação dos Passos do Modelo de Volatilidades



Fonte: Autor

5.1 Retornos, Assimetria e Curtose

O primeiro passo do modelo é a atualização de uma base de dados com os preços de fechamento dos ativos objetos de $D-1$ (dia anterior ao que estamos apurando a volatilidade) até três anos atrás. Com esta base, é calculando o retorno logarítmico de cada dia apresentado na Equação (11).

O segundo passo é o cálculo das Equações (9) e (10) de assimetria e curtose (momentos amostrais) da base de retornos.

A seguir, é calculada a volatilidade e a estrutura a termo de volatilidade. Os cálculos desta etapa serão detalhados na sessão 5.2 abaixo.

5.2 Parâmetros e Volatilidade do GARCH (1,1)

Esta parte do modelo vai realizar a previsão da volatilidade para a data $t+1$ relativa aos retornos encontrados pela Equação (11) e utilizando o modelo GARCH (1,1).

Pelo capítulo 4 “Cálculo de Volatilidade”, temos que o modelo GARCH (1,1) é dado por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2,$$

onde: $\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0, (\alpha_1 + \beta_1) < 1$.

Assim, são calculados os parâmetros $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1$ e a volatilidade σ_t^2 do modelo GARCH (1,1) a partir da base de retornos obtida (neste trabalho utilizamos a função “garchfit” do software R para os cálculos).

Também é calculada a taxa de variância de longo prazo V_l , que é obtida utilizando a Equação (16):

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \gamma V_l = (1 - \alpha_1 - \beta_1) V_l \Rightarrow \\ V_l &= \frac{\alpha_0}{(1 - \alpha_1 - \beta_1)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Com $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1$ e a volatilidade σ_t^2 calculados pelo modelo GARCH (1,1), é obtida a previsão da volatilidade um passo a frente ($t+1$), que é dada por (como apresentado na Equação (18)):

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_t^2 + \beta_1 \sigma_t^2.$$

5.3 Estrutura a Termo de Volatilidade

Nesta etapa do modelo, encontraremos a volatilidade relativa ao período entre o dia do nosso cálculo e o dia de vencimento da opção. Esta volatilidade é conhecida como Estrutura a Termo de Volatilidade. Os cálculos para a obtenção da Estrutura a Termo de Volatilidade foram retirados o livro Hull (2006) e seguem abaixo.

Sabemos que o GARCH (1,1) é definido por:

$$\sigma_t^2 = (1 - \alpha_1 + \beta_1)V_l + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \Rightarrow$$

$$\sigma_t^2 - V_l = \alpha_1 (a_{t-1}^2 - V_l) + \beta_1 (\sigma_{t-1}^2 - V_l).$$

Para um futuro $t + n$ temos que:

$$\sigma_{t+n}^2 - V_l = \alpha_1 (a_{t+n-1}^2 - V_l) + \beta_1 (\sigma_{t+n-1}^2 - V_l). \quad (20)$$

Como $E[a_{t+n-1}^2] = \sigma_{t+n-1}^2$, substituindo na Equação (20) segue que:

$$E[\sigma_{t+n}^2 - V_l] = (\alpha_1 + \beta_1)[\sigma_{t+n-1}^2 - V_l]. \quad (21)$$

Substituindo os valores para $n = 1, 2$ e 3 na Equação (21), podemos observar o seguinte comportamento:

Para $n = 1$:

$$E[\sigma_{t+1}^2 - V_l] = (\alpha_1 + \beta_1)[\sigma_t^2 - V_l].$$

Para $n = 2$:

$$E[\sigma_{t+2}^2 - V_l] = (\alpha_1 + \beta_1)E[\sigma_{t+1}^2 - V_l] \Rightarrow (\alpha_1 + \beta_1)^2[\sigma_t^2 - V_l].$$

Para $n = 3$:

$$E[\sigma_{t+3}^2 - V_l] = (\alpha_1 + \beta_1)E[\sigma_{t+2}^2 - V_l] \Rightarrow (\alpha_1 + \beta_1)^3[\sigma_t^2 - V_l].$$

Assim, podemos provar por indução o resultado abaixo:

$$E[\sigma_{t+n}^2 - V_l] = (\alpha_1 + \beta_1)^n[\sigma_t^2 - V_l].$$

Que também pode ser escrito da forma:

$$E[\sigma_{t+n}^2] = V_l + (\alpha_1 + \beta_1)^n[\sigma_t^2 - V_l]. \quad (22)$$

Agora, definindo as equações:

$$V(n) = E[\sigma_{t+n}^2], \quad (23)$$

$$a = \ln \frac{1}{\alpha_1 + \beta_1}. \quad (24)$$

E substituindo as Equações (23) e (24) acima na Equação (22), tem-se que:

$$V(n) = V_l + e^{-at}[V(0) - V_l]. \quad (25)$$

Como o objetivo é encontrar a volatilidade referente a um período (dia t que estamos calculando a volatilidade até o vencimento da opção), integramos a Equação (25) no período de 0 a T , e dividimos por T , pois assim encontramos taxa de volatilidade por dia nesse período:

$$V(n) = \frac{1}{T} \int_0^T V(n) dn = V_l + \frac{1 - e^{-aT}}{aT} [V(0) - V_l], \quad (26)$$

onde:

$V(0) = \sigma_t^2$ = Valor da previsão de volatilidade da Equação (18).

Por fim, a volatilidade final no dia T é igual ao resultado da Equação (26) acima anualizado:

$$\sigma(n) = \sqrt{252V(n)} \quad (27)$$

5.4 Cálculo do prêmio e da Volatilidade Implícita

Estes são os passos finais do modelo. Com a volatilidade obtida da Equação (27), é calculado o prêmio da opção utilizando as Equações (7) e (8) de Corrado-Su, e então é calculada a volatilidade implícita deste prêmio, utilizando o método numérico de bissecção e as Equações (3) e (4) de Black-Scholes.

6 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos da implementação do modelo de volatilidades na linguagem R, para uma opção do tipo *call* de uma ação de Petrobras.

6.1 Características da Opção de PETROBRAS

O modelo de volatilidades foi gerado para uma opção do tipo *call* da ação de Petrobras (representada pelo código PETR4) com as características apresentadas na Tabela 1 abaixo, onde o cálculo de sua volatilidade pelo modelo em estudo neste trabalho foi realizado dia 19/12/2017:

Tabela 1 – Características da Opção PETRA15 -19/12/17

Opção	PETRA15
Tipo	<i>Call</i>
Preço de Exercício	R\$ 15,00
Preço PETR4 (Ação)	R\$ 15,23
Taxa de juros	6,89%
Vencimento	15/01/2018

Fonte: Autor. Adaptado de [<http://www.bmfbovespa.com.br>].

A taxa de juros mencionada na Tabela 1 é a taxa DI referente ao dia 18/12/2017. O preço de PETR4 da Tabela 1 utilizado no modelo é a média aritmética simples entre os preços máximo e mínimo negociados desta ação em 18/12/2017, conforme Tabela 2 abaixo:

Tabela 2 – Preços de Máximo e Mínimo de PETR4 - 18/12/17

PETR4	
Preço Máximo	Preço Mínimo
R\$ 15,33	R\$ 15,13

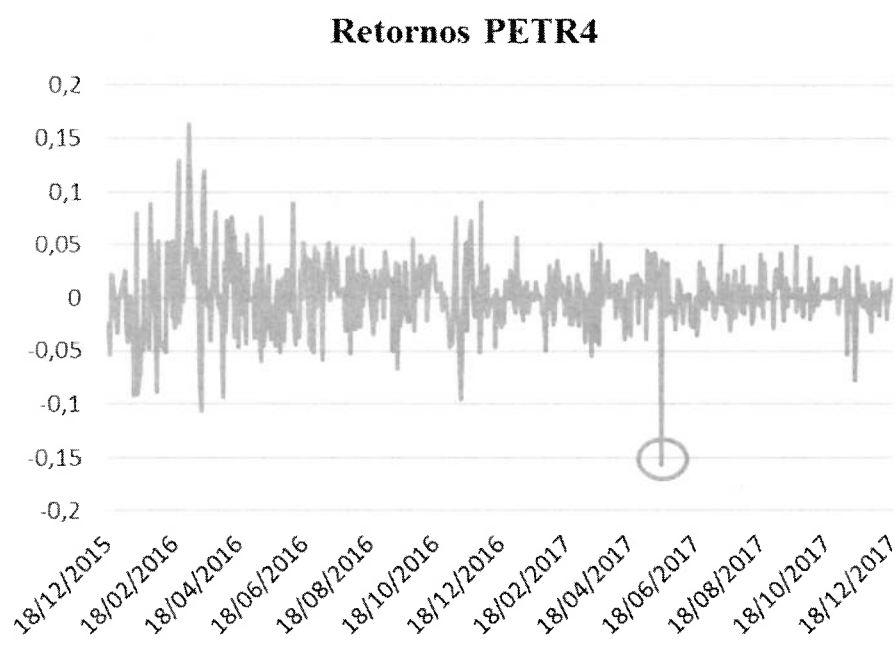
Fonte: Autor. Adaptado de [<http://www.bmfbovespa.com.br>].

6.1.1 Retornos Logaritmos de PETR4

Para o cálculo dos retornos, são necessárias as cotações da ação no período que se deseja estudar. A base de preços de fechamento (preços de último negócio) de PETR4 utilizada neste trabalho possui um histórico de 18/12/2015 até 18/12/2017 (dois anos).

Segue abaixo na Figura 4 os retornos logaritmos obtidos a partir dos preços de fechamento no período de 18/12/2015 a 18/12/2017:

Figura 5 – Retornos da ação de PETROBRAS



Fonte: Autor. Adaptado de [http://www.bmfbovespa.com.br].

O ponto destacada em vermelho na Figura 5 é o retorno do dia 18/05/2017. Nesta data, por conta da crise política do país, a alta oscilação das ações fez com que a Bolsa de Valores parasse a negociação por quinze minutos (evento mais conhecido como circuit breaker).

6.1.2 Assimetria e Curtose

No segundo passo do modelo, foi realizado o cálculo da assimetria e curtose dos retornos logaritmos de PETR4. O código com os cálculos é apresentado na Figura 6:

Figura 6 – Código da Assimetria e Curtose

```
media <- mean(ret[,3])
desvio <- sd(ret[,3])
linhas <- length(ret[,3])
k3 <- 0
k4 <- 0
for(i in 1:linhas) {
  k3 <- k3 + ((ret[i,3]-media)^3/((desvio^3)*linhas))
}

for(i in 1:linhas) {
  k4 <- k4 + ((ret[i,3]-media)^4/((desvio^4)*linhas))
}
```

Fonte: Autor

Os resultados obtidos por meio da implementação do código da Figura 6 com os inputs da Tabela 1 e os retornos de PETR4 são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Assimetria e Curtose

Resultados	
k3 (Assimetria)	0,112609
k4 (Curtose)	6,164871

Fonte: Autor

6.1.3 Parâmetros GARCH (1,1)

A seguir, temos o cálculo dos parâmetros ω , α e β do modelo GARCH (1,1) utilizando os retornos de PETR4. Segue abaixo na Figura 7 o código implementado com este objetivo, utilizando a função *garchfit* da linguagem R:

Figura 7 – Código GARCH (1,1)

```
result = garchFit(~garch(1,1), data = ret[,3], include.mean=FALSE, trace=F)

omega = result$fit$matcoef[1,1]
alpha1 = result$fit$matcoef[2,1]
beta1 = result$fit$matcoef[3,1]
```

Fonte: Autor

Os resultados da implementação da Figura 7 são apresentados na Tabela 4 abaixo:

Tabela 4 - Parâmetros GARCH (1,1)

Parâmetros GARCH (1,1)	
Ômega	0,000106347
Alpha	0,23408780
Beta	0,68128540

Fonte: Autor

6.1.4 Estrutura a Termo de Volatilidade

Nesta parte do modelo é calculada a estrutura a termo de volatilidade apresentada no item 5.3. Na Figura 8 tem-se o código que foi implementado para tal objetivo.

Figura 8 – Código da Estrutura a Termo de Volatilidade

```

vol_garch <- result$sigma.t[linhas]
a <- log(1/(alpha1+beta1))
v1 <- (omega/(1-alpha1-beta1))
vol_inst <- omega + alpha1*(ret[linhas,3]^2)+beta1*(vol_garch^2)
V <- v1 + ((1 - exp(-a*T*252))/(a*T*252))*(vol_inst-v1)
sigma <- sqrt(252*V)

```

Fonte: Autor

Podemos observar na Figura 8 que é calculada primeiramente a variável *vol_garch* que corresponde a Equação (15) deste trabalho, a variável *a* corresponde à Equação (24), a variável *v1* corresponde à Equação (19), a variável *vol_inst* corresponde à Equação (18), a variável *V* corresponde à Equação (26) e, por fim, a variável *sigma* corresponde à Equação (27) que é a estrutura a termo de volatilidade.

Os resultados das variáveis da Figura 8 para a opção de Petrobras em estudo seguem na Tabela 5 abaixo:

Tabela 5 - Estrutura a Termo de Volatilidade

Resultados	
<i>vol_garch</i>	0,019989
<i>a</i>	0,311523
<i>vl</i>	0,00106
<i>vol_inst</i>	0,000408
<i>T</i>	0,071429
<i>V</i>	0,000526
<i>sigma</i>	0,364067

Fonte: Autor

6.1.5 Prêmio da Opção por Currado-Su

Nesta etapa do modelo, é calculado o prêmio da opção em estudo (PETRA15) pelo modelo Currado-Su, utilizando sigma da Tabela 5 como a volatilidade da opção, e os inputs da Tabela 1. O código desta parte do modelo segue abaixo na Figura 9:

Figura 9 – Código do Premio Currado-Su

```

premio_currado_su = function(sigma, T, s, X, r, q, tipo) {
  w <- k3/6*sigma^3*T^(3/2)+k4/24*sigma^4*T^2
  d <- (log(s/X)+(r+(sigma^2)/2)*T-log(1+w))/(sigma * sqrt(T))
  n <- (1/ sqrt(2*pi))*exp((-d^2)/2)
  q3 <- 1/(6*(1+w))*s*sigma*sqrt(T)*(2*sigma*sqrt(T)-d)*n
  q4 <- (1/(24*(1+w)))*s*sigma*sqrt(T)*(d^2-3*d*sigma*sqrt(T)+3*sigma^2*T-1)*n
  currado_su_call <- premio_black_scholes(sigma, T, s, X, r, q, tipo) + k3*q3+ (k4-3)*q4
  currado_su_put <- currado_su_call - s*exp(-q*T) + X*exp(-r*T)
  if(currado_su_call < 0) {
    currado_su_call <- 0.01
  }
  if(currado_su_put < 0) {
    currado_su_put <- 0.01
  }
  if(tipo == "Call") {
    return(currado_su_call)
  } else {
    return(currado_su_put)
  }
}

```

Fonte: Autor

O prêmio obtido da opção PETRA15 com a implementação do código da Figura 9 é de R\$ 0,674689.

6.1.6 Volatilidade Implícita Black-Scholes

Na parte final do modelo, é obtida a volatilidade implícita do prêmio calculado por Corrado-Su igual a R\$ 0,674689, utilizando o método numérico de bisseção e o modelo Black-Scholes, implementação apresentada na Figura 10 abaixo.

Figura 10 – Código da Volatilidade Implícita Black-Scholes

```
tol <- 0.001
a <- 0.01
b <- 1.5

lowCdif <- premio_corrado_su(sigma, T, s, X, r, q, tipo) - premio_black_scholes(a, T, s, X, r, q, tipo)
highCdif <- premio_corrado_su(sigma, T, s, X, r, q, tipo) - premio_black_scholes(b, T, s, X, r, q, tipo)

if (lowCdif * highCdif > 0){
  midF <- -1
} else {
  for(int in 1:60) {
    midF <- (a + b)/2
    midCdif = premio_corrado_su(sigma, T, s, X, r, q, tipo) - premio_black_scholes (midF, T, s, X, r, q, tipo)
    if (abs( midCdif) < tol) {
      break
    }
    if ( midCdif > 0) {
      a <- midF
    } else {
      b <- midF
    }
  }
}
```

Fonte: Autor

Por fim, a volatilidade implícita obtida por meio da implementação do código da Figura 10 para a opção PETRA15 foi de 0,316387 ou 31,6387%.

6.1.7 Comparação do Resultado Obtido

Com a volatilidade de PETRA15 obtida pelo modelo apresentado neste trabalho, é validado se a mesma corresponde à volatilidade justa que o mercado estava praticando no dia 18/12/2017.

A Tabela 6 apresenta o preço de primeiro negócio (PREABE), o preço máximo (PREMAX), o preço mínimo (PREMIN), o preço médio (PREMD) e o último preço (PREULT) negociado da opção PETRA15, no dia 18/12/2017.

Tabela 6 – Preços Negociados PETRL15 em 18/12/2017

Preços Negociados de PETRA15 em 18/12/2017				
Abertura	Máximo	Mínimo	Médio	Último
R\$ 0,62	R\$ 0,7	R\$ 0,59	R\$ 0,64	R\$ 0,61

Fonte: Autor. Adaptado de [http://www.bmfbovespa.com.br].

Podemos observar na Tabela 6 que PETRA15 oscilou de R\$0,59 até R\$0,70 (preço mínimo e preço máximo do dia), e calculando o Black-Scholes desta opção com a volatilidade obtida de 0,316387 e todos os inputs da Tabela 1, temos um prêmio de R\$0,6746558, que está entre o mínimo e máximo negociado no dia. Assim, podemos concluir que a volatilidade encontrada corresponde aos preços que o mercado estava praticando no dia em estudo, validando a simulação do modelo.

6.2 Simulação do Modelo

Foi realizada uma simulação do Modelo de Volatilidades para as opções com os quatro maiores volumes financeiros em 2017 por ativo objeto, conforme a Figura 1. São elas: opções sobre PETR4, VALE3, ABEV3 e BBAS3 respectivamente.

Para os inputs da simulação, foi utilizada uma base que contém todos os instrumentos (opções e ações) que foram negociados em novembro de 2017 na B3, com o preço mínimo, máximo e médio (média aritmética simples entre os preços de mínimo e máximo) dos negócios por instrumento e por dia. A base também contempla o preço de exercício e vencimento das opções em questão.

Como preços de ativo objeto das opções foram utilizados o preço médio dos negócios da ação retirados da mesma base mencionada acima e como taxa de juros foi utilizado o valor DI referente a novembro. Para o cálculo dos retornos, foram utilizadas as cotações de preço de último negócio das ações com histórico de dois anos.

A simulação calculou as volatilidades pelo modelo apresentado neste trabalho para todas as opções que foram negociadas em novembro de 2017, por data do negócio. A seguir, foi calculado o prêmio da opção utilizando o Modelo de Black-Scholes e a volatilidade encontrada, e foi comparado este prêmio com o preço médio negociado da opção no dia em estudo.

Nas figuras 11 a 18 seguintes são apresentados os resultados obtidos comparando-se os preços médios negociados e os prêmios encontrados utilizando a volatilidade do modelo

em estudo. Nas figuras 11 e 12 podemos observar que os prêmios encontrados para opções de ABEV3 seguem o padrão dos preços médios negociados. Para as *calls* os prêmios são maiores do que os preços médios, e para as *puts*, até o *strike* de 21.67, os prêmios são menores, e a partir deste *strike* os prêmios são maiores do que os preços médios. Podemos observar que, quando o preço a ser negociado está distando do preço justo da opção, o negócio é levado a leilão, e como estão sendo considerados todos os negócios, sendo leilão ou não, isso pode explicar em parte a divergência entre os preços da simulação e os negociados.

Figura 11 – Simulação Calls de ABEV3 - Nov. de 2017



Fonte: Autor. Adaptado de [<http://www.bmfbovespa.com.br>].

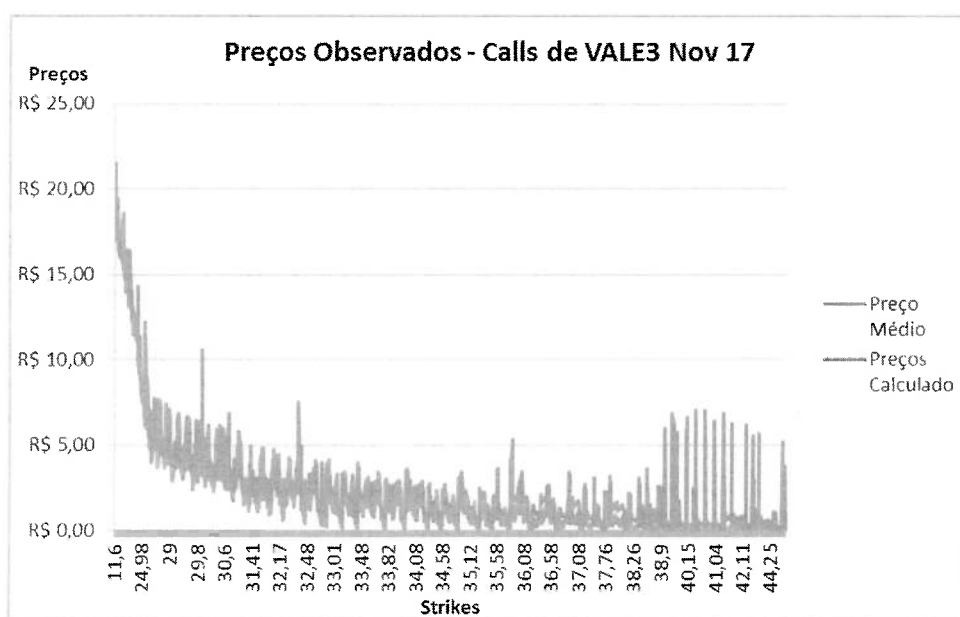
Figura 12 – Simulação Puts de ABEV3 - Nov. de 2017



Fonte: Autor. Adaptado de [<http://www.bmfbovespa.com.br>].

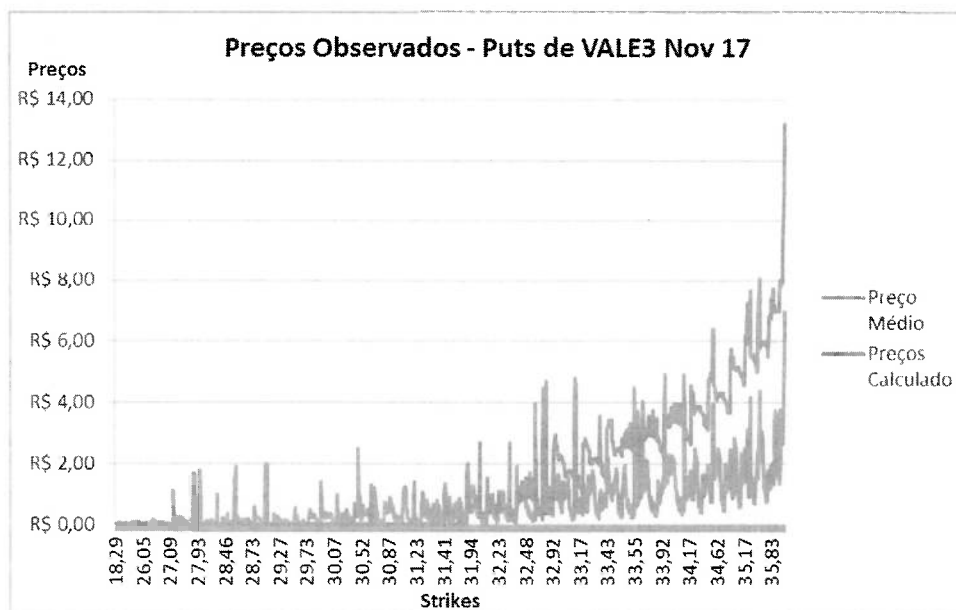
Nas figuras 13 e 14, são apresentados os valores da simulação para opções de VALE3. Os prêmios calculados apresentam um bom resultado quando comparados com os preços médios, com uma maior divergência quando os preços de exercício aumentam, tanto para *calls* quanto para as *puts*.

Figura 13 – Simulação Calls de VALE3 - Nov de 2017



Fonte: Autor. Adaptado de [<http://www.bmfbovespa.com.br>].

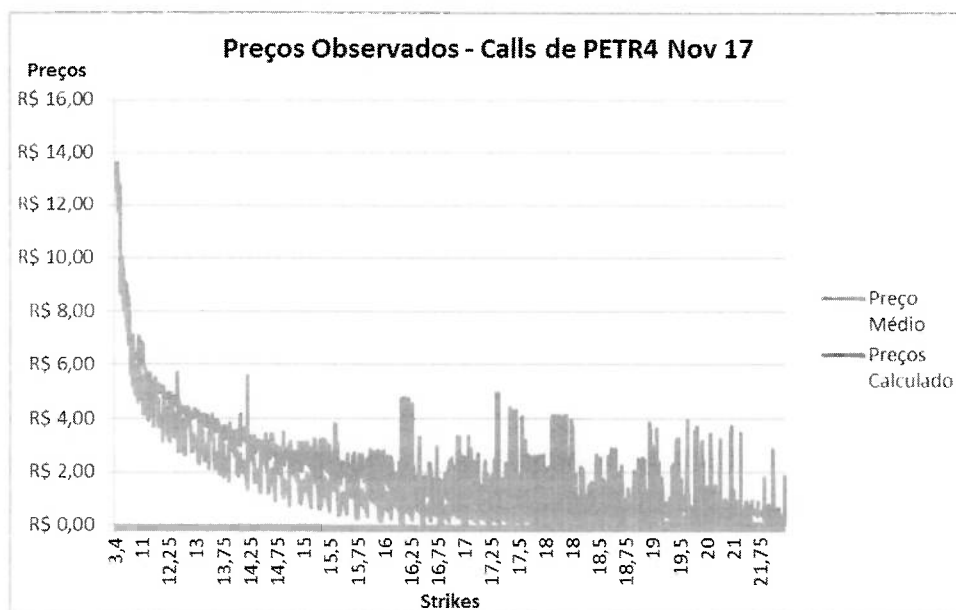
Figura 14 – Simulação Puts de VALE3 - Nov de 2017



Fonte: Autor. Adaptado de [<http://www.bmfbovespa.com.br>].

Nas figuras 15 e 16, há os resultados da simulação para as opções sobre PETR4 de *calls* e *puts*. As opções sobre PETR4 foram as que tiveram o maior volume negociado em novembro de 2017 e os prêmios gerados tanto para as *calls* quanto para as *puts* seguem os padrões dos preços médios negociados, com algumas divergências que podem ser devido à leilões ou ao preço do ativo objeto, pois foi utilizado o preço médio negociado no dia, e para o negócio da opção é utilizado o preço do momento.

Figura 15 – Simulação Calls de PETR4 - Nov. de 2017



Fonte: Autor. Adaptado de [<http://www.bmfbovespa.com.br>].

Figura 16 – Simulação Puts de PETR4 - Nov. de 2017



Fonte: Autor. Adaptado de [<http://www.bmfbovespa.com.br>].

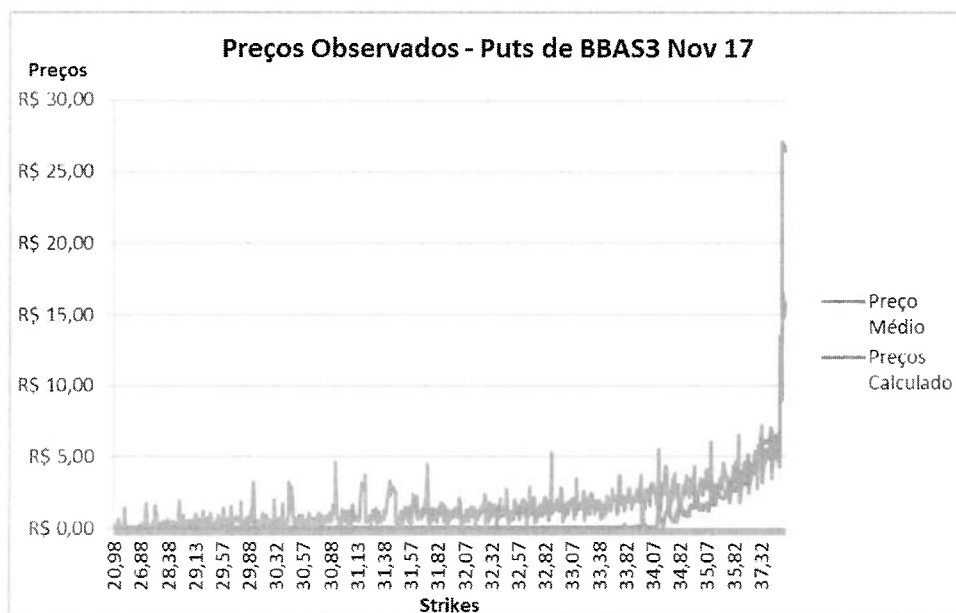
A última simulação realizada foi para as opções de BBAS3 dos tipos *call* e *put*, conforme as figuras 17 e 18. Os prêmios calculados também seguem os padrões dos preços médios negociados como nas outras simulações apresentadas. Em geral, para as *calls* de BBAS3 os prêmios calculados são maiores do que os preços médios e para as *puts* de BBAS3 os prêmios calculados são menores do que os preços médios.

Figura 17 – Simulação Calls de BBAS3 - Nov. de 2017



Fonte: Autor. Adaptado de [<http://www.bmfbovespa.com.br>].

Figura 18 – Simulação Puts de BBAS3 - Nov. de 2017



Fonte: Autor. Adaptado de [<http://www.bmfbovespa.com.br>].

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho teve por objetivo o estudo e simulação do Modelo de Volatilidade da B3 de opções consideradas ilíquidas (sem muitas ofertas de compra e venda no livro de ofertas e negócios realizados). Este modelo é utilizado como input na construção dos túneis de negociação de opções no mercado organizado brasileiro na B3.

O modelo em estudo utiliza outros modelos na sua construção, são eles: GARCH (1,1), Corrado-Su e Black-Scholes. Com o GARCH (1,1) é encontrada a volatilidade da opção utilizando o histórico de cotações do ativo objeto, com o Corrado-Su é calculado o prêmio da opção utilizando a volatilidade encontrada como input e, por fim, com o Black-Scholes é retirada a volatilidade implícita do prêmio obtido com o Corrado-Su. Para as opções mais líquidas, é possível utilizar somente o Black-Scholes retirando a volatilidade implícita dos preços de ofertas de compras e vendas e negócios realizados da opção, pois, neste caso, o mercado define o preço justo da opção.

Com as simulações realizadas para todos os negócios das opções das ações ABEV3, PETR4, VALE3 e BBAS3 no mês de novembro, foi possível observar que os preços das opções obtidos com a volatilidade gerada e o modelo Black-Scholes acompanham os preços médios negociados (preço do mercado). Algumas divergências entre o prêmio calculado e o preço médio negociado foram encontradas, e são devidas principalmente a negócios distantes do preço justo da opção que foram realizados por meio de leilões (na simulação não há diferenciação entre negócios com e sem leilão), e também ao preço do ativo objeto, pois não foi utilizado o preço do momento do negócio da opção, e sim o preço médio (média aritmética simples) entre o preço máximo e mínimo negociado no dia.

É destacada como sugestão de trabalho futuro a utilização de outro modelo ao invés do GARCH (1,1), como por exemplo, o modelo EGARCH, que captura a diferença de impactos entre choques positivos e negativos (enquanto que o GARCH(1,1) não captura esta diferença).

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

B3. Manual de Apreçamento do Contrato de Opções. São Paulo, 2017. 52 p.

GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. Econometria básica. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011

HULL, J. Options, Futures and Other Derivatives. Upper Saddle River, N.J: Pearson/Prentice Hall, 2006

NATENBERG. S. Option Volatility & Pricing: Advanced Trading Strategies and Techniques. United States of America: McGraw-Hill, 1994

SILVA, L.M. Mercado de opções: conceitos e estratégias. Rio de Janeiro: Halip, 2008.

TSAY R. S.. Analysis of Financial Time Series. United States of America:Wiley-Interscience, 2002

CORRADO, C. J.; SU, T. Implied volatility skews and stock return skewness and kurtosis implied by stock option prices. The European Journal of Finance 3, 73– 85, 1997.

APÊNDICE A – CÓDIGO DE MODELO DE VOLATILIDADE NA LINGUAGEM R

```

setwd("W:/Compartilhados/Macros_Departamentais-262/CNMO/Nathalia/Pós/tcc")

library(tseries) #carrega pacote tseries

#Passo 1 - Carrega Retornos logarítmos

ret_ant <- read.table("retorno.txt")

op <- read.table("op.txt")

vol <- c(1:1986)
preço <- c(1:1986)

cont_op = 2

#Passo 2 - Calculo Assimetria e curtose (Momentos amostrais)

media <- mean(ret[,3])
desvio <- sd(ret[,3])
linhas <- length(ret[,3])
k3 <- 0
k4 <- 0
for(i in 1:linhas) {
  k3 <- k3 + ((ret[i,3]-media)^3/((desvio^3)*linhas))
}

for(i in 1:linhas) {
  k4 <- k4 + ((ret[i,3]-media)^4/((desvio^4)*linhas))
}

# Passo 3 - calculo da estrutura a termo de vol
library("fGarch")

```

```

omega = result$fit$matcoef[1,1]
alpha1 = result$fit$matcoef[2,1]
beta1 = result$fit$matcoef[3,1]

vol_garch <- result$sigma.c[linhas]

a <- log(1/(alpha1+beta1))

v1 <- (omega/(1-alpha1-beta1))

vol_inst <- omega - alpha1*(ret[linhas,5]^2)+beta1*(vol_garch^2)

T <- op[cont_op,4]

V <- v1 - ((1 - exp(-a*T^252))/(a*T^252))*(vol_inst-v1)

sigma <- sqrt(252*V)

# Passo 4 - precifica opcao

#black-scholes
#PSTR388
sigma <- sqrt(252*V)
s <- op[cont_op,5]
X <- op[cont_op,6]
r <- 0.074
q <- 0
tipo = op[cont_op,7]

premio_black_scholes = function(sigma, T, s, X, r, q, tipo) {

  d1 <- (log(s / X) + (r + sigma ^ 2 / 2) * T) / (sigma * sqrt(T))
  d1 <- d1 - sigma * sqrt(T)
  normal_d1 <- pnorm(d1, mean = 0, sd = 1)
  normal_d2 <- pnorm(d2, mean = 0, sd = 1)

  black_scholes_call <- s * normal_d1 - X * exp(-r * T) * normal_d2
  black_scholes_put <- X * exp(-r * T) * pnorm(-d2, mean = 0, sd = 1) - s * pnorm(-d1, mean = 0, sd = 1)

  if(tipo == "Call") {
    return(black_scholes_call)
  } else {
    return(black_scholes_put)
  }
}

premio_currado_su = function(sigma, T, s, X, r, q, tipo) {

  w <- k3/6*sigma^3*T^(3/2)-k4/24*sigma^4*T^2

  d <- (Log(s/X)-(r+(sigma^2)/2)*T-log(1+w))/(sigma * sqrt(T))

  n <- (1/ sqrt(2*pi))*exp((-d^2)/2)

  q3 <- 1/(6*(1-w))*s*sigma*sqrt(T)*(2*sigma*sqrt(T)-d)*n

  q4 <- (1/(24*(1+w)))*s*sigma*sqrt(T)*(d^2-3*d*sigma*sqrt(T)+3*sigma^2*T-1)*n

  currado_su_call <- premio_black_scholes(sigma, T, s, X, r, q, tipo) - k3*q3+ (k4-3)*q4

  currado_su_put <- currado_su_call - s*exp(-q*T) - X*exp(-r*T)

  if(currado_su_call < 0) {
    currado_su_call <- 0.01
  }

  if(currado_su_put < 0) {
    currado_su_put <- 0.01
  }

  if(tipo == "Call") {
    return(currado_su_call)
  } else {
    return(currado_su_put)
  }
}

#Passo 5 - Vol Implicita-----

```

```

tol <- 0.001
a <- 0.01
b <- 1.5

lowCdif <- premio_currado_su(sigma, T, s, X, r, q, tipo) - premio_black_scholes(a, T, s, X, r, q, tipo)
highCdif <- premio_currado_su(sigma, T, s, X, r, q, tipo) - premio_black_scholes(b, T, s, X, r, q, tipo)

if (lowCdif * highCdif > 0) {
  midF <- -1
} else {
  for(int in 1:60) {
    midF <- (a + b)/2
    midCdif = premio_currado_su(sigma, T, s, X, r, q, tipo) - premio_black_scholes (midF, T, s, X, r, q, tipo)
    if (abs( midCdif) < tol) {
      break
    }
  }
  if ( midCdif > 0) {
    a <- midF
  } else {
    b <- midF
  }
}

vol[cont_op] <- midF
prego[cont_op] <- premio_black_scholes (midF, T, s, X, r, q, tipo)
midF <- 0
}

library(xlsReadWrite)
write.table(vol, file='arquivo2.csv', sep=';', dec=',', row.names=FALSE)
write.table(prego, file='arquivo3.csv', sep=';', dec=',', row.names=FALSE)

```